8Д

УДК 681.518.2

А.И. Долгов, А.Ф. Мартыненко, В.В. Преснухин
Ростовский военный институт ракетных войск, г. Ростов-на-Дону, Россия
dolgov-ai@yandex.ru

Коэффициентная методика с изменяемыми весовыми коэффициентами

Излагаются научные основы синтеза коэффициентных методик, широко применяемых ввиду их простоты и приемлемой точности получаемых результатов при решении задач оценки (в том числе рейтинговой) объектов (технических, технологических, организационных и др.).

В современных условиях, характеризующихся принципами рыночных отношений, практически во всех сферах деятельности особо актуальными становятся различного рода оценки (в том числе рейтинговые) самого широкого круга объектов (технических, технологических, организационных и др.). Для получения оценок широко применяются коэффициентные методики из-за их простоты и приемлемой точности получаемых результатов.

Под коэффициентной методикой (КМ) понимается методика вычисления значения интегрального выходного показателя объекта (или некоторого множества выходных показателей) путём суммирования значений вполне определённого множества входных показателей, учитываемых при суммировании с соответствующими весовыми коэффициентами [1].

Целью статьи является создание универсальной программной оболочки для разработки и реализации на персональных электронно-вычислительных машинах (ПЭВМ) задач оценки объектов, предоставляющей пользователям, не специализирующимся в области вычислительной техники и программирования, возможность самостоятельно разрабатывать решаемые на ПЭВМ задачи по профилю своей профессиональной деятельности в диалоговом режиме с помощью ввода требуемых сведений, не требующих специальной узкопрофессиональной подготовки, о структуре и содержании решаемых задач.

Такая цель делает весьма актуальными задачи исследования и развития научных основ синтеза коэффициентных методик.

Постановка общей задачи: синтезировать структуру коэффициентной методики интегральной оценки объекта при заданных исходных данных о значениях оцениваемых показателей, соответствующих им весовых коэффициентах и учитываемых логических условиях получения интегральной оценки.

Принципы описания и методические основы синтеза коэффициентных методик

В простейшем случае КМ может быть описана математическим соотношением:

$$Ч = \sum_{j=1}^{g} W_j Ч_j \,, \qquad (1)$$

где $Ч$, $Ч_j$ – выходной и *j*-й входной показатели ($j = 1, \ldots, g$), W_j – весовой коэффициент *j*-го входного показателя, g – общее количество входных показателей.

В общем же случае реализуется вычисление того или иного множества выходных показателей с использованием промежуточных показателей, которые описываются математическим выражением

$$X_{j,i_j} = \sum_{i_{j-1}=1}^{g_{j-1}} W_{j-1,i_{j-1},i_j} X_{j-1,i\,j-1} + \sum_{\substack{g=1 \\ (g \neq i_j)}}^{g_j} V_{j,g,i_j} X_{j,g}, \tag{2}$$

где X_{j,i_j} – значение i_j-го показателя *j*-го уровня ($i_j = 1, \ldots, g_j$; $j = 2, \ldots, J$).

Функционирование КМ можно было бы пояснить описанием довольно несложного алгоритма, однако более наглядным является графическое представление структуры КМ в виде иерархической структурной схемы, в которой любой показатель последующего уровня вычисляется посредством сложения суммируемых показателей как предшествующего, так и данного уровня, умноженных на соответствующие весовые коэффициенты.

На рис. 1 представлен пример структурной схемы КМ.

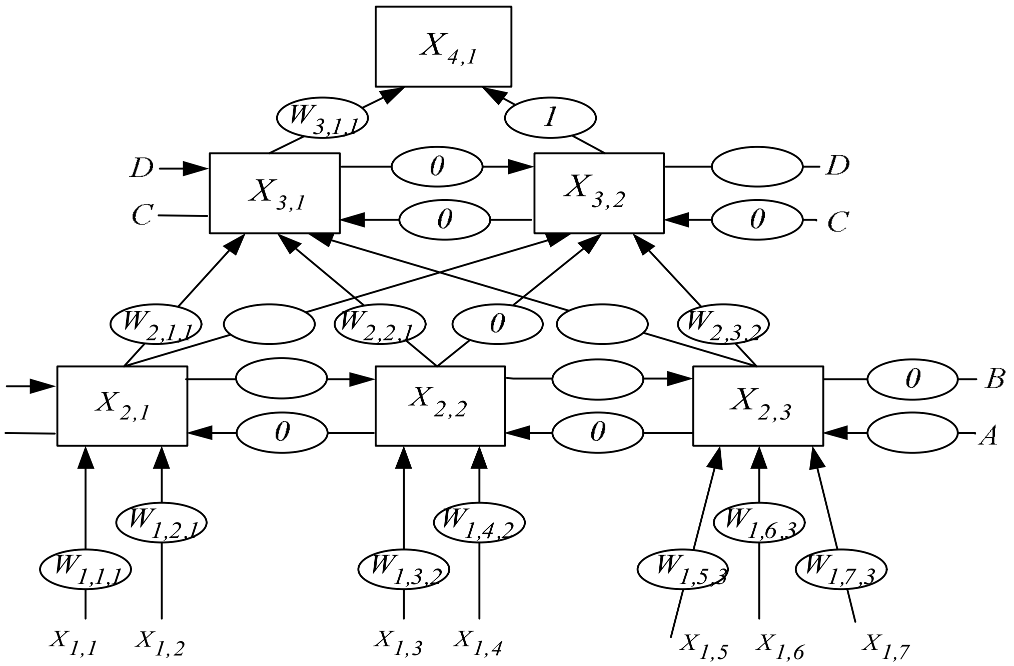


Рисунок 1 – Структурная схема КМ

На структурной схеме (рис. 1) отображены один выходной показатель, 7 входных показателей, три иерархических уровня, включающих 5 промежуточных показателей, 6 сумматоров, обозначенных прямоугольниками, расположенными в трёх уровнях, и 25 умножителей, обозначенных овалами. Для указания связей применяются стрелки, разрывы некоторых из которых обозначены буквами A,B,C,D.

Внутри прямоугольника указывается обозначение показателя, получаемого в результате суммирования, при этом разные выходные стрелки прямоугольника символизируют для сумматора выдачу одного и того же значения показателя. В овалах приводятся обозначения и (или) значения весовых коэффициентов суммируемых показателей.

В дальнейшем наличие между сумматорами предшествующего и последующего уровней умножителя на весовой коэффициент, равный нулю, трактуется как отсутствие связи между сумматорами (и соответствующими им показателями), а умножение на весовой коэффициент, равный единице, для сумматора предшествующего уровня, имеющего один вход, признаётся эквивалентным наличию связи рассматриваемого сумматора последующего уровня с сумматором ещё более низкого иерархического уровня по сравнению с предшествующим через соответствующий ему умножитель.

Горизонтальные связи между показателями одного уровня иерархической структуры используются при необходимости. Если горизонтальные связи между показателями одного и того же уровня отсутствуют, то есть $V_{j,g,i_j} = 0$, то соотношение (2) принимает более простой вид, соответствующий соотношению (1):

$$X_{j,i_j} = \sum_{i_{j-1}=1}^{g_{j-1}} W_{j-1,i_{j-1},i_j} X_{j-1,i_{j-1}}. \qquad (3)$$

Определение состава показателей и их весовых коэффициентов осуществляется в основном субъективными экспертными методами. С учётом этого КМ с достаточным количеством промежуточных показателей, вводимых в целях их использования при анализе получаемых результатов, представляет собой простейшую экспертную систему, так как содержит присущие любой экспертной системе основные элементы – *подсистему вывода знаний*, реализованную на основе суммирования значений показателей с умножением их на экспертно определяемые значения весовых коэффициентов, и *подсистему объяснения* в виде совокупности значений промежуточных показателей, получаемых при конкретных значениях исходных показателей.

При синтезе структуры КМ целесообразно руководствоваться *принципом нормализации значений показателей*, который состоит в том, что значения используемых показателей (входных, промежуточных и выходных) подвергаются рейтинговой нормализации [2], заключающейся в приведении пределов изменения значений всех показателей в стандартный диапазон. Частным случаем рейтинговой нормализации является рейтинговое нормирование, когда пределы изменения значений всех показателей переводятся в стандартный диапазон от 0 до 1.

Применение для всех значений рейтинговых показателей единой ограниченной меры, общей для всего рассматриваемого набора показателей, позволяет перейти при выборе весовых коэффициентов от сопоставления значений разнородных показателей к сопоставлению их значимостей, что существенно упрощает задачу экспертного определения весовых коэффициентов.

В традиционно используемых КМ значения весовых коэффициентов являются постоянными по величине. Вместе с тем встречаются задачи, когда при вычислении значения того или иного показателя должны учитываться вполне определённые логические условия, требующие изменение веса какого-либо из показателей при достижении его значения некоторой величины.

Такие логические условия могут быть учтены построением КМ с изменяемыми весовыми коэффициентами (КМИК), являющейся теоретическим обобщением традиционной КМ с постоянными коэффициентами, которая является частным случаем КМИК.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу: «Оценить объект по G входным показателям, среди которых k_1 основных показателей и k_2 дополнительных, с учётом следующих логических условий: объекту выставляется оценка X_3, равная сумме

значений входных показателей, если ниже $X_{\text{зад}}$ оценены не более чем n из них (что, например, может соответствовать оценке удовлетворительно), в том числе не более k_{1n} могут быть основными показателями и не более k_{2n} дополнительными. В ином случае оценка X_3 должна быть ниже $X_{\text{зад}}$ на величину α, большую нуля».

Если бы объекту выставлялась оценка X_3, равная сумме значений входных показателей, независимо от того, как оценены основные и дополнительные показатели, то было бы использовано соотношение

$$X_3 = \sum_{j=1}^{G} W_j \cdot X_j . \tag{4}$$

Однако для учёта рассматриваемых логических условий требуется внесение в значение X_3 поправки $X_{\text{доп}}$:

$$X_3 = \sum_{j=1}^{G} W_j \cdot X_j + X_{\text{доп}}. \tag{5}$$

Поправка $X_{\text{доп}}$ может быть определена с использованием изменяемых весовых коэффициентов V_1 и V_2 следующим образом:

$$X_{\text{доп}} = V_2 \left(\sum_{j=1}^{k1} V_1 X_j + \sum_{j=k1+1}^{G} V_1 X_j \right), \tag{6}$$

где

$$V_1 = \begin{cases} 1, \text{ если } X_{j,1} < X_{\text{зад}}, \\ 0 - \text{в ином случае,} \end{cases} ,$$

при этом для обеспечения $X_3 < X_{\text{зад}}$ величина поправки $X_{\text{доп}}$ должна удовлетворять следующим последовательно получаемым соотношениям:

$$\left(\max \sum_{j=1}^{G} W_j \cdot X_j\right) + X_{\text{доп}} < X_{\text{зад}} - \alpha , \tag{7}$$

$$V_2 = \frac{X_{\text{зад}} - \alpha - \max \sum_{j=1}^{G} W_j X_j}{\sum_{j=1}^{k1} V_1 X_j + \sum_{j=k1+1}^{G} V_1 X_j}, \tag{8}$$

при этом с учётом принципа нормализации ($\max \sum_{j=1}^{G} W_j X_j = 1{,}0$) соотношение (8) принимает вид

$$V_2 = \frac{X_{\text{зад}} - \alpha - 1}{\sum_{j=1}^{k1} V_1 X_j + \sum_{j=k1+1}^{G} V_1 X_j}.$$

Таким образом, зная допускаемое по логическому условию число показателей *n*, оцениваемых ниже $X_{зад}$, можно определить значение V_2, реализующее это условие. Структурная схема КМИК, реализующая сформулированные выше логические условия оценки объекта, описывается соотношением

$$X_3 = \sum_{j=1}^{G} W_j \cdot X_j \; + \; V_2 (\sum_{j=1}^{k1} V_1 \cdot X_j + \sum_{j=k1+1}^{G} V_1 \cdot X_j).$$

и имеет вид, представленный на рис. 2.

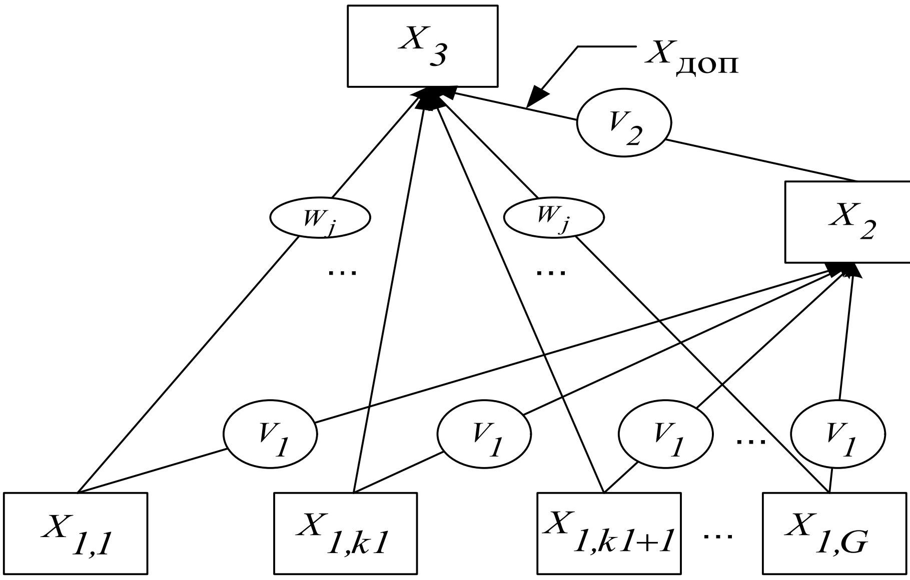


Рисунок 2 – Структурная схема КМ с изменяемыми весовыми коэффициентами

Рассмотренные выше структурные модели КМ оценки объектов (включая КМИК) могут подвергаться процессам оптимизации.

Оптимизация понимается в чисто прикладном смысле как процесс упрощения структуры КМ за счёт сокращения количества элементов (сумматоров, умножителей, их входов, выходов, а также связей между ними). В самом общем случае оптимизация структуры КМ неосуществима, однако в некоторых случаях, в частности, при использовании принципов нормирования значений показателей и сохранения соотношения весовых коэффициентов, оптимизация возможна.

Принцип сохранения соотношения весов заключается в том, что при вычислении значений показателей более высокого иерархического уровня, исходя из значений показателей более низких иерархических уровней, соотношения весов (значимостей) одних и тех же входных показателей сохраняются неизменными.

Этот принцип может быть применён в том случае, если для некоторого множества показателей более высоких уровней соотношения весов одних и тех же учитываемых показателей более нижних уровней могут быть признаны одинаковыми.

Рассмотрим признаки и способы оптимизации модели КМ на примере представленного на рис. 3 двухуровневого фрагмента структурной схемы КМ, реализующего вычисление двух показателей, исходя из нормированных значений, как показателей нижестоящего уровня, так и их весовых коэффициентов.

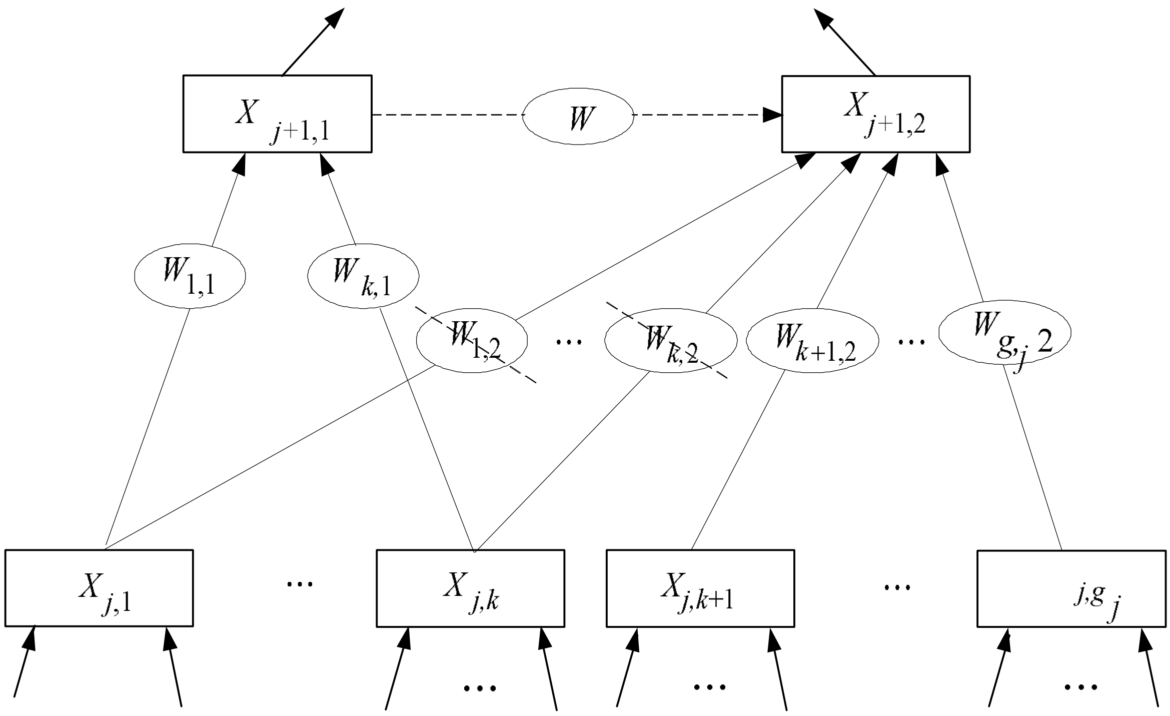


Рисунок 3 – Фрагмент структурной схемы КМ

Вычисление значений переменных $X_{j+1,1}$ и $X_{j+1,2}$ реализуется в соответствии с соотношениями:

$$X_{j+1,1} = W_{1,1} X_{j,1} + \ldots + W_{k,1} X_{j,k},$$

$$X_{j+1,2} = W_{1,2} X_{j,1} + \ldots + W_{k,2} X_{j,k} + W_{k+1,2} X_{j,k+1} + \ldots + W_{g_j,2} X_{j,g_j}, \tag{9}$$

где в соответствии с условиями нормирования

$$0 \le X_{j,i} \le 1 \ (i=1, \ldots g_j) \ \text{и} \ 0 \le X_{j+1,i} \le 1 \ (i=1, \ldots g_{j+1});$$

$$\sum_{\nu=1}^{k} W_{\nu,1} = 1; \quad \sum_{i=1}^{g_j} W_{i,2} = 1,$$

а в соответствии с принципом сохранения соотношения весов

$$\frac{W_{\nu,2}}{W_{\nu,1}} = r, \tag{10}$$

для $W_{\nu,i}$ $(i \in \{1,2\}$ и $\nu = 1, \ldots, k)$.

Теоретические предпосылки оптимизации заключаются в выявлении в структуре КМ хотя бы двух сумматоров, на выходах которых формируются $X_{j+1,1}$ и $X_{j+1,2}$, входы которых связаны с одним и тем же множеством выходов сумматоров предшествующего уровня, формирующих значения $X_{j,\nu}$.

При этом оптимизация реализуема за счёт введения единственной связи с весовым коэффициентом W выхода сумматора, формирующего $X_{j+1,1}$ с входом сумматора, формирующего $X_{j+1,2}$ вместо ликвидируемого множества связей с весовыми коэффициентами $W_{v,2}$ ($v = 1,\dots, k$) – рис. 3.

Замена множества указанных связей на одну связь с весовым коэффициентом W не должна нарушать условия нормирования, то есть должно соблюдаться соотношение

$$W + (W_{k+1,2} + \dots + W_{g_j,2}) = 1.$$

Значение показателя $X_{j+1,2}$, которое в случае оптимизации определяется как

$$X_{j+1,2} = WX_{j+1,1} + W_{k+1,2}X_{j,k+1} + \dots + W_{g_j,2}X_{j,g_j},$$

не должно измениться по сравнению со значением до оптимизации, определяемым соотношением (9), то есть должно быть выполнено

$$WX_{j+1,1} + W_{k+1,2}X_{j,k+1} + \dots + W_{g_j,2}X_{j,g_j} =$$
$$W_{1,2}X_{j,1} + \dots + W_{k,2}X_{j,k} + W_{k+1,2}X_{j,k+1} + \dots + W_{g_j,2}X_{j,g_j},$$

или после упрощений приходим к уравнению

$$WX_{j+1,1} = W_{1,2}X_{j,1} + \dots + W_{k,2}X_{j,k},$$

а после подстановки выражения $W_{v,2} = rW_{v,1}$, ($v = 1,\dots, k$), получаемого из (10), и выражения для $X_{j+1,1}$ – (9) уравнение принимает вид

$$W(W_{1,1}X_{j,1} + \dots + W_{k,1}X_{j,k}) = rW_{1,1}X_{j,1} + \dots + rW_{k,1}X_{j,k},,$$

откуда следует $W = r$.

Следовательно, замена множества связей с весовыми коэффициентами $W_{v,2}$ (v=1,… , k) на одну связь с весовым коэффициентом W правомерна.

Разработанная с участием авторов программная оболочка получила официальную государственную регистрацию (№ 2008610291 от 14 января 2008 г.) и проверена экспериментально на примере создания используемой в учебно-воспитательном процессе Ростовского военного института ракетных войск методики рейтинговой оценки выполнения факультетами задач, поставленных начальником института на период обучения (учебный год, семестр).

Ввиду субъективности выбора состава показателей, весовых коэффициентов и значений исходных данных коэффициентная методика с введением достаточного для использования при анализе получаемых результатов количества промежуточных показателей приобретает объяснительные свойства и поэтому может рассматриваться как простейший случай экспертной системы.

Заключение

Простота построения коэффициентной методики, отсутствие сложного математического аппарата вычислений результатов оценки, а также возможность применения программной реализации на ПЭВМ для решения задач оценки (в том числе рейтинговой) объектов, обеспечивает её использование значительным кругом пользователей.

Методами оптимизационного синтеза коэффициентных методик и расчёта весовых коэффициентов показателей возможен учёт как статистических, так и логических условий оценки объектов.

Создание программной оболочки для разработки и реализации на ПЭВМ коэффициентных методик обеспечивает для тех, кто не специализируется в области вычислительной техники и программирования, возможность самостоятельной разработки и применения задач оценки самых разнообразных объектов (технических, технологических, организационных и др.) в интересах различных видов профессиональной деятельности.

Литература

1. Долгов А.И., Журавлёв Ю.П. Методика решения некоторых задач оценки объектов с помощью ЦВМ // Автоматика и вычислительная техника. – 1965. – № 9. – С. 179-188.
2. Долгов А.И. Метод кусочно-линейной рейтинговой нормализации // Автоматика и вычислительная техника. – 2006. – № 3. – С. 23-30.

О.І. Долгов, А.Ф. Мартиненко, В.В. Прєснухін

Коефіцієнтна методика зі змінюваними ваговими коефіцієнтами

Викладені наукові основи синтезу коефіцієнтних методик, які широко використовуються з огляду на їх простоту і прийнятну точність отримуваних результатів при розв’язанні задач оцінки (у тому числі рейтингової) об’єктів (технічних, технологічних, організаційних та інших).

A.I. Dolgov, A.F. Martynenko, V.V. Presnykhin

Coefficient a Ntchnique with Changeable Weighting Coefficients

The paper presents scientific foundations of an synthesis of coefficient procedures, widely used due to their simplicity and admissible accuracy of obtained results when solving estimation problems (including a rating one) of plants (engineering, technological, organizational and others).

Статья поступила в редакцию 21.07.2008.